سیستم های مخابراتی
آشنایی با مفهوم اطلاعات مدولاسیونهای دیجیتال

سید مهدی سجادیه

مخابرات دیجیتال

- در مخابرات با دو مفهوم مواجه هستیم
- چه چیزی ارسال کنیم؟
  - اطلاعات
- چگونه ارسال کنیم؟
  - روشهای ارسال بیت نظیر ASK,PSK,FSK

اطلاعات

- کدامیک از عبارات زیر برای شما تعجب بیشتری دارد؟
- فردا صبح خورشید طلوع می کند.
- تیم فوتبال ایران تیم فوتبال کامبوج را برد
- تیم فوتبال ایران تیم فوتبال برزیل را برد
- فردا زلزله می آید.
- هرچه احتمال یک واقعه کمتر باشد میزان تعجب (میزاان اطلاعات آن بیشتر است)

ویژگیهای تابع اطلاعات (I(A))

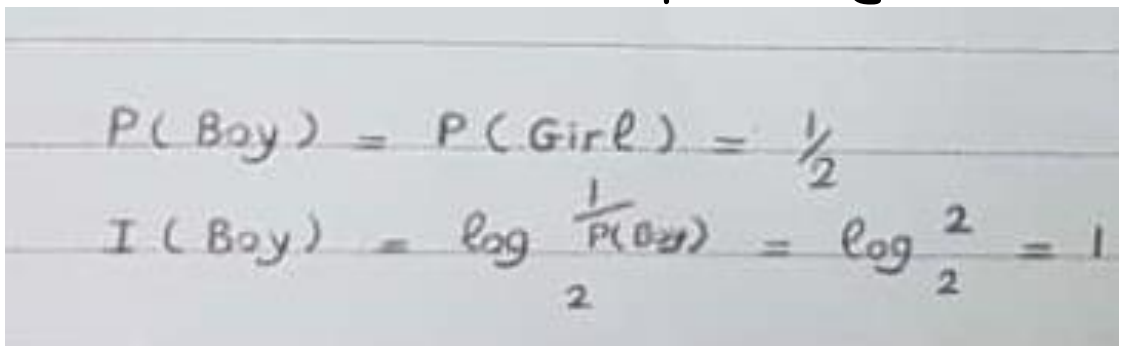
- واقعه ای با احتمال یک دارای اطلاعات صفر است
- واقعه ای با احتمال صفر دارای اطلاعات بینهایت است
- تابع بر اساس احتمال نزولی است
- اگر دو واقعه مستقل باشند اطلاعات کل برابر جمع اطلاعات آن دو خواهد بود

تنها تابعی که این ویژگی را دارد تابع لگاریتم است.

$$\log_2 \frac{1}{p_i}$$

مثال

- فرض کنید در یک خانواده ای فرزندی به دنیا بیاید. اگر جنسیت فرزند به شما گفته شود چقدر اطلاع به دست می آورید.(مثلا گفته شود پسر است)
- فرزند دختر یا پسر است که احتمال وقع هر کدام ½ است بنابراین



- تفاوت ابهام و اطلاعات
- شما وقتی چیزی را نمی دانید به همان میزان درباره آن ابهام دارید که وقتی بدانید در باره آن اطلاعات دارید
- در این مثال قبل از دانستن پاسخ شما یک بیت ابهام دارید

مثال

- فرض کنید یک تصویر ۲*۲ وجود دارد و هر عنصر ۸ تراز روشنایی دارد. اگر ترازهای روشنایی هم احتمال باشندمیزان اطلاعات تصویر چقدر است؟

$$P(B) = \frac{1}{8} * \frac{1}{8} * \frac{1}{8} * \frac{1}{8} \Rightarrow$$

$$I(B) = -\log_2^{\frac{1}{8^4}} = 4\log_2^8 = 12$$

- دقت کنید چون هر قطعه تصویر مستقل از قطعات دیگر است می توان اطلاعات یک قطعه را به دست آورد و سپس در ۴ ضرب کرد.

$$P(C) = \frac{1}{8} \Rightarrow I(C) = -\log_2^{\frac{1}{8}} = \log_2^8 = 3$$

$$I(B) = 4 * I(C) = 12$$

- اگر تصویر ۴۰*۴۰ باشد میزان اطلاعات چقدر است؟

مثال

- فرض کنید رمز یک قفل سه رقمی است در این صورت میزان اطلاعات در هر قسمت را به دست آورید
- الف)رقم اول ۱ است
- ب) همه ارقام زوج است
- پ)هر سه رقم را بدانیم
- ت) بدانیم ارقام رمز به صورت پشت سر هم هستند

مثال

- فرض کنید رمز یک قفل سه رقمی است در این صورت میزان اطلاعات داده شده در هر قسمت را به دست آورید
- الف)رقم اول ۱ است

$$P(A)=\frac{1}{10}\Rightarrow I(A)=-\log_2^{\frac{1}{10}}=\log_2^{10}$$

- ب) همه ارقام زوج است

$$P(B)=\frac{1}{2}*\frac{1}{2}*\frac{1}{2}\Rightarrow I(B)=-\log_2^{\frac{1}{8}}=\log_2^{8}=3$$

- پ)هر سه رقم را بدانیم

$$P(B)=\frac{1}{10}*\frac{1}{10}*\frac{1}{10}\Rightarrow I(B)=-\log_2^{\frac{1}{1000}}=\log_2^{1000}\approx 10$$

- ت) بدانیم ارقام رمز به صورت پشت سر هم هستند

مثال

- ت) بدانیم ارقام رمز به صورت پشت سر هم هستند

$$012,123,\ldots,678,789$$

$$987 و 321 و 210$$

$$P(D)=\frac{16}{1000}\Rightarrow I(D)=-\log_2^{62.5}=\log_2^{62.5}\approx 6$$

- تمرین: میزان ابهام در هر قسمت را به دست آورید.

متوسط اطلاعات یا آنتروپی

- فرض کنیدیک منبع سمبلها (متغیرها)ی s1,s2,…,sn را با احتمال p1,p2p,…pn تولید کند

- متوسط اطلاعات یا آنتروپی به صورت زیر تعریف می شود:

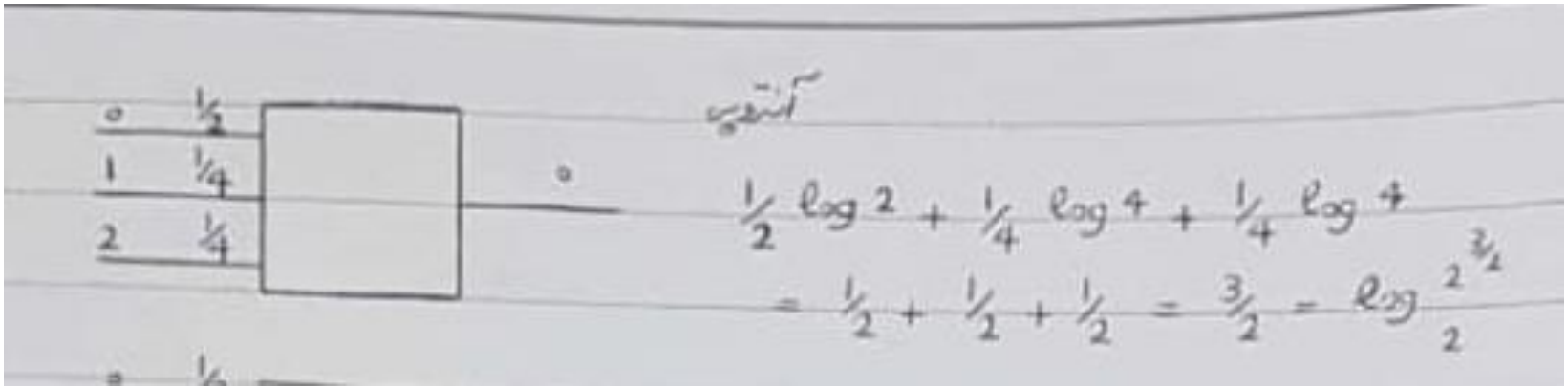
$$H(X) = E[I(X)] = \sum_{i=1}^{N} p_i \log_2^{\frac{1}{p_i}}$$

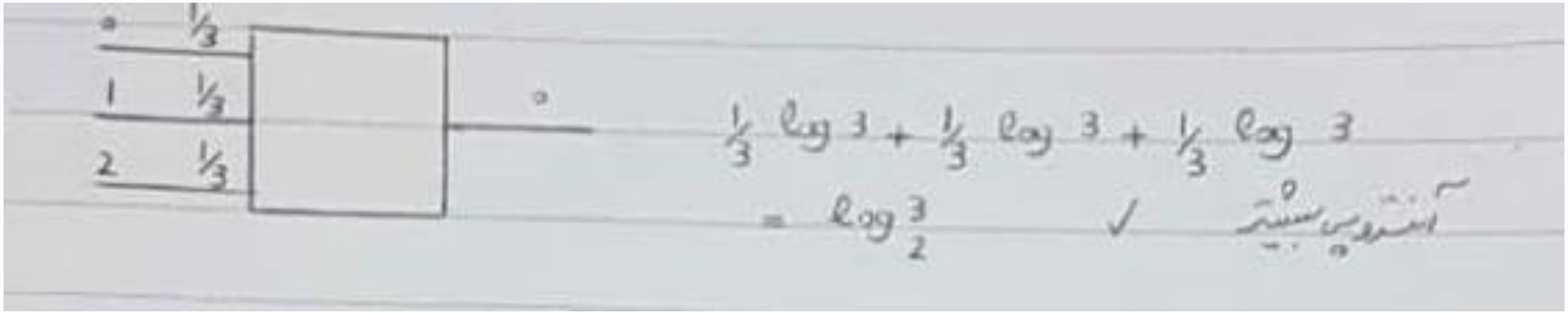
- H(X) هنگامی ماکزیمم می شود که همه احتمالات برابر با هم و برابر 1/n باشد

$$H_{\max}(X) = \log_2^N$$

اگر در پرتاب سکه بدانیم که احتمال شیر و خط هردو 1/2است بنابراین میزان تصادفی بودن برابر با ۱ می‌باشد و اگر بدانیم همیشه خط یا شیر می‌آید میزان تصادفی بودن ۰ است.

مثال





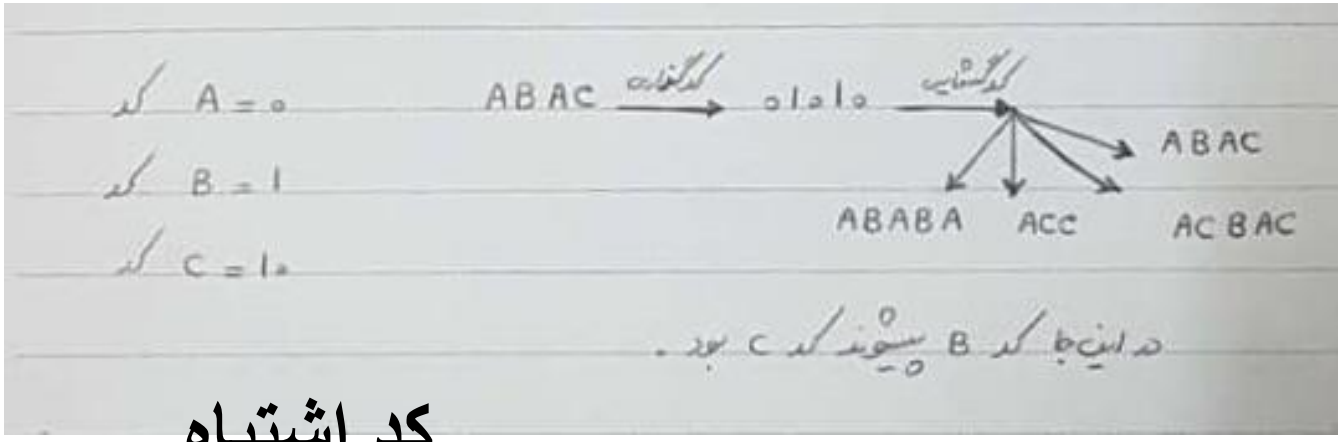
- در مثال اول متوسط اطلاعات کمتری داده می شود چون اگر بخواهیم حدی بزنیم عنصر صفر محتملتر است و در حالت دو نمی توانیم حدس بزنیم

کد گذاری منبع

- به سه دلیل منابع باید به صورت باینری کد گذاری شوند
- ۱- مخابره دیجیتال ۰ و ۱ راحت است

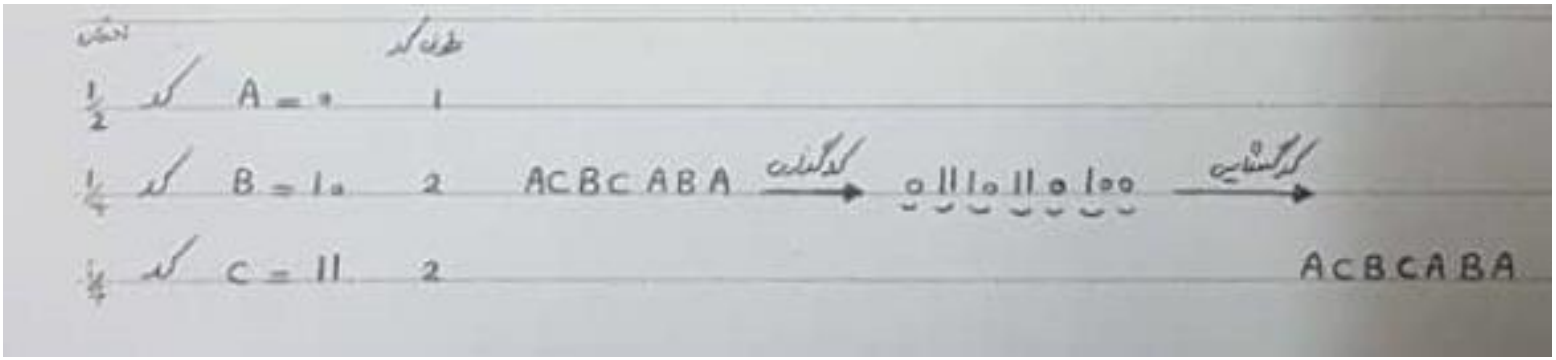
- ۲-عملیات فشرده سازی راحت تر است

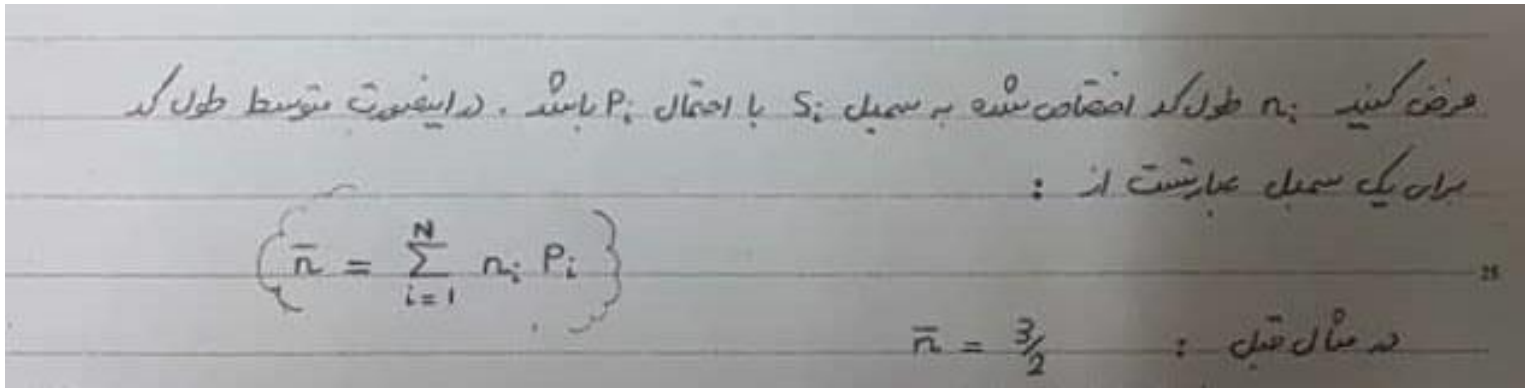
- ۳- سمبلهای زیاد و منابع مختلف
- نحوه کد گذاری باید به گونه ای باشد که کد یک سمبل پیشوند کد دیگر نباشد



کد اشتباه

کد صحیح





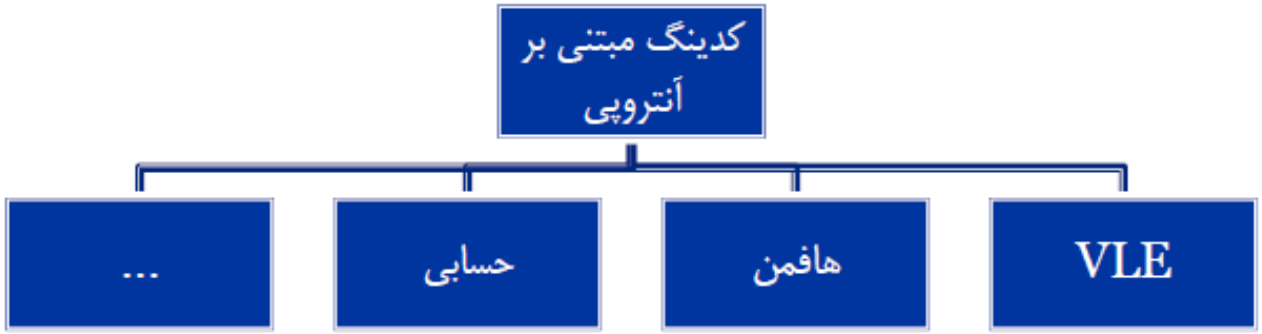
- می توان برای کد بهینه ثابت کرد

$$H(X) \le \bar{n} < H(X) + 1$$

کدینگ مبتنی بر آنتروپی

- در این دسته از روش‌ها به ازای هر سمبول موجود در داده یک کلمه رمز (code word) یکتا در نظر گرفته می‌شود. بر اساس نظریه شانون بهینه‌ترین طول کد برای هر سمبول از رابطه زیر پیروی می‌کند که p_i در آن احتمال رخداد سمبول iام است.

$$\log_2 \frac{1}{p_i}$$



کد هافمن

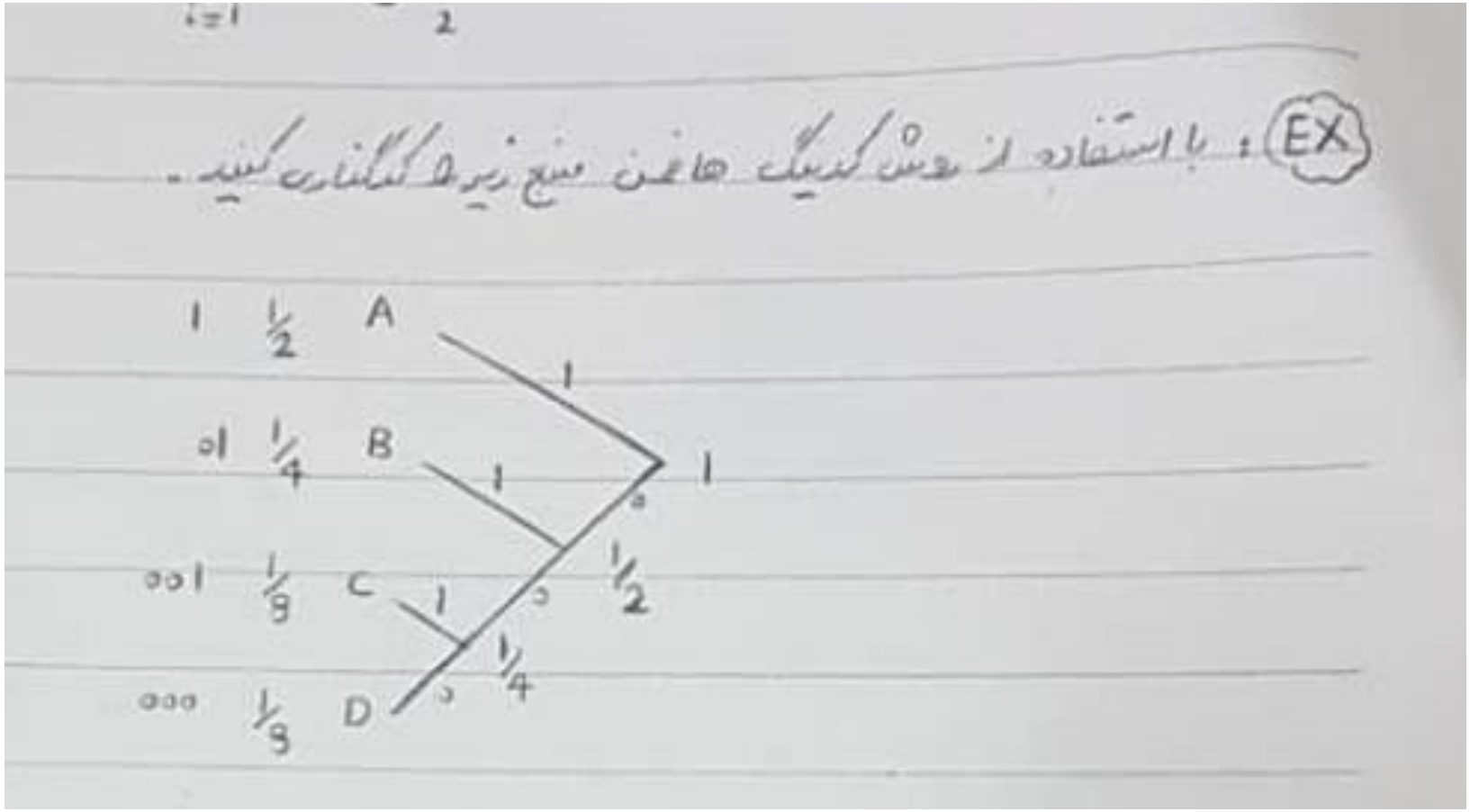
مراحل کدگذاری منبع به روش هافمن :

1) مرتب کردن سمبل ها برحسب P_i (از بزرگ به کوچک ↓)

2) تشکیل دیاگرام درخت : ترکیب دو سمبل با کمترین احتمال و جانشین کردن آنها با سمبلی با احتمال مجموع آنها و تکرار روش .

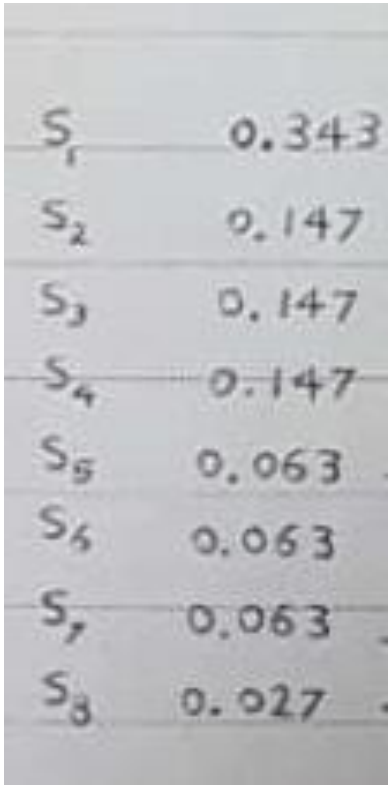
3) تخصیص 0 و 1 به دو شاخه انشعاب مرتبط از هر گره کد سمبل از راست به چپ (بهتر است 1 به شاخه بالایی و 0 به شاخه پایینی نسبت داده شود .)

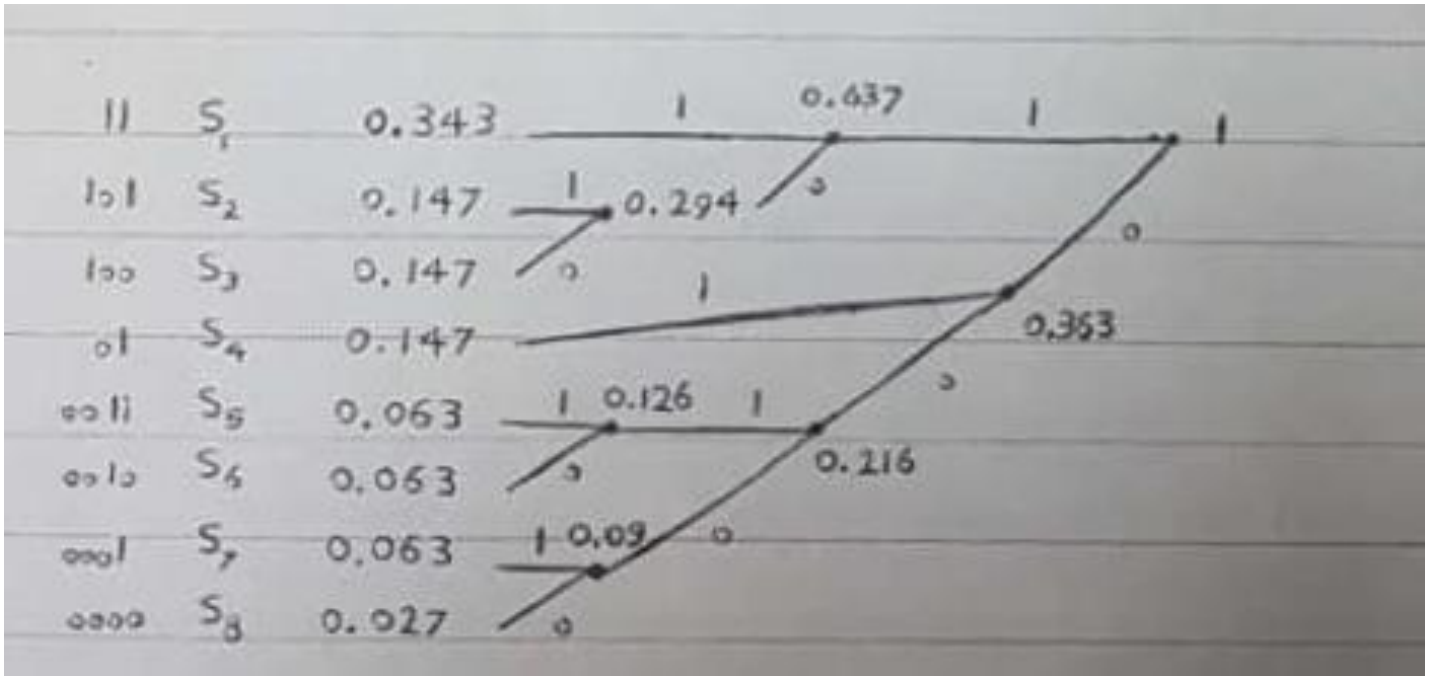
مثال


EX : با استفاده از روش کدینگ هافمن منبع زیر را کدگذاری کنید.
1 1/2 A
01 1/4 B
001 1/8 C
000 1/8 D
1
1
1/2
1/4

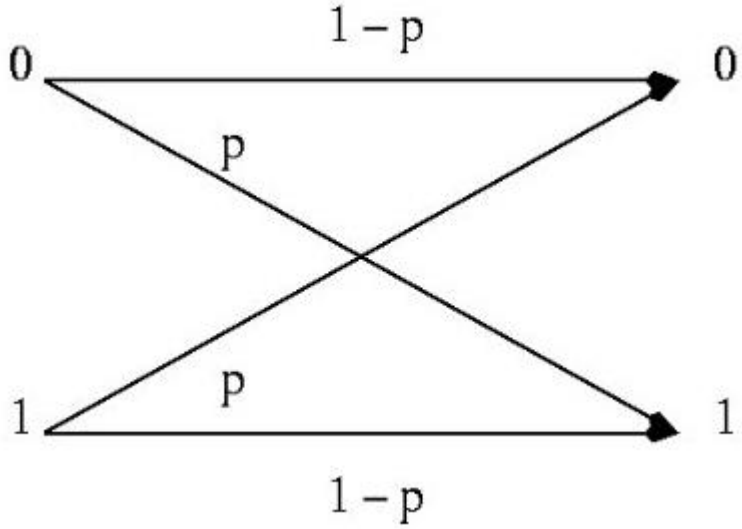
مثال

- منبعی با ۸ سمبل





کانال باینری متقارن



- خطا جزیی از مخابرات است
- اگر p=0 باشد کانال بدون خطا
- اگر p=1 باشد بازهم کانال بدون خطا؟!!
- اگر p=1/2 باشد کانال پرخطا
- اگر I (اطلاعات متقابل کانال متقارن) به صورت زیر تعریف شود
- I=1-(plog1/p+(1-p)log1/(1-p))=1-H(p)
- ثابت می شود ظرفیت کانال با نرخ ارسال rs بیت بر ثانیه برابر است با:
- C=rs.I

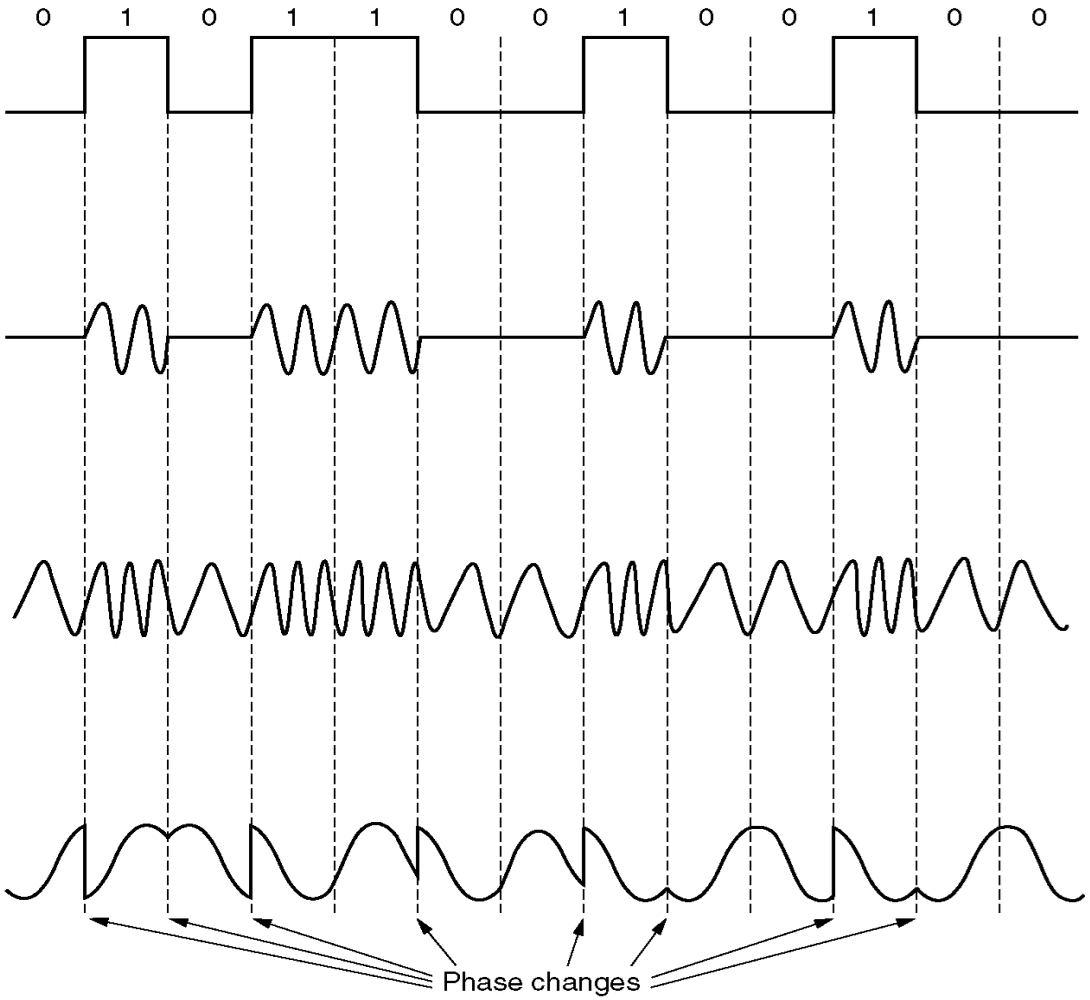
مدولاسیون های دیجیتال

(a) A binary signal

(b) Amplitude modulation (ASK)

(c) Frequency modulation (FSK)

(d) Phase modulation (PSK)



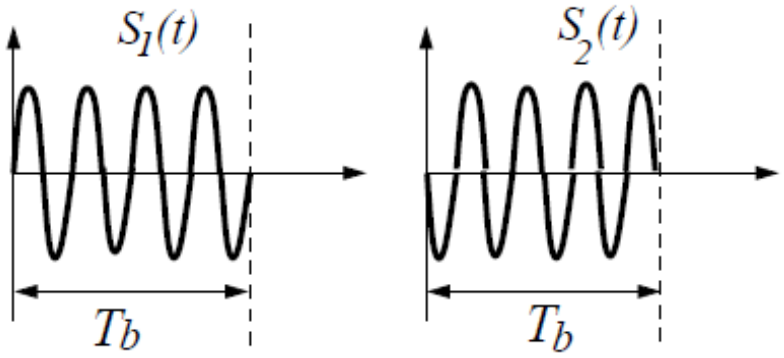
مدولاسیون PSK با یک بیت

- برای یک بیت داریم

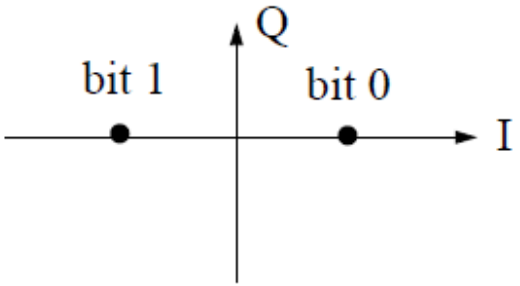
$$s_i(t) = A\cos(\omega_c t + \phi_i),\ i = 1, 2$$

bit 0 or symbol 1: $\phi_1 = 0$
bit 1 or symbol 2: $\phi_2 = \pi$

- برای هر بیت یک دوره زمانی در نظر گرفته می شود



- مدل نمایش به صورت فازور

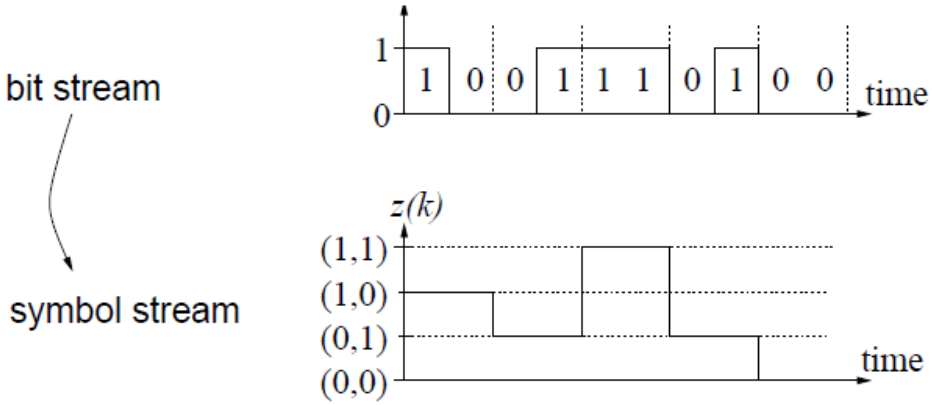


مدولاسیون PSK با چند بیت

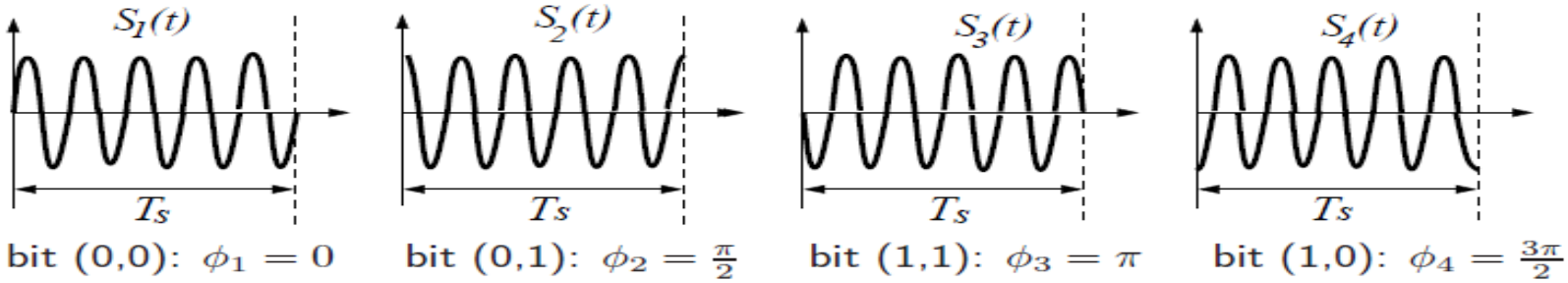
- می توان به جای یک بیت در هر ارسال چند بیت ارسال کرد

$$s(t) = A\cos(\omega_c t + \phi_i(t)) = \underbrace{A\cos(\phi_i(t))}_{\text{inphse symbol } x_i(t)} \cdot \cos(\omega_c t) + \underbrace{(-A\sin(\phi_i(t)))}_{\text{quadrature symbol } x_q(t)} \cdot \sin(\omega_c t)$$

- به عنوان مثال دوبیت

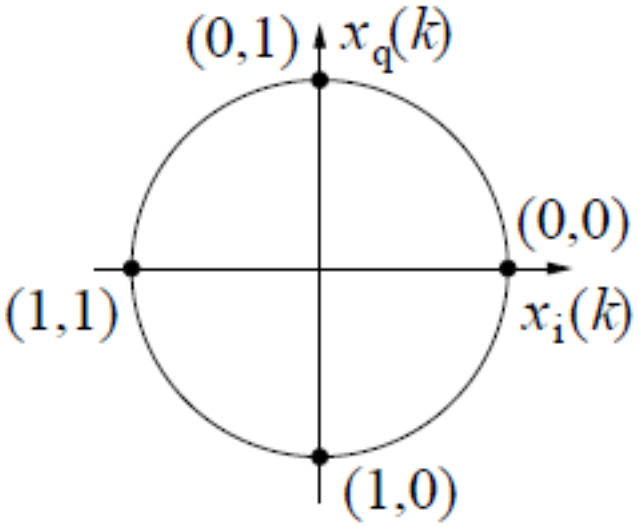


- در این صورت برای 4PSK (یا QPSK) چهار سیگنال به جای دو سیگنال داریم:



مدولاسیون PSK با چند بیت (ادامه)

- نمایش فازوری 4PSK

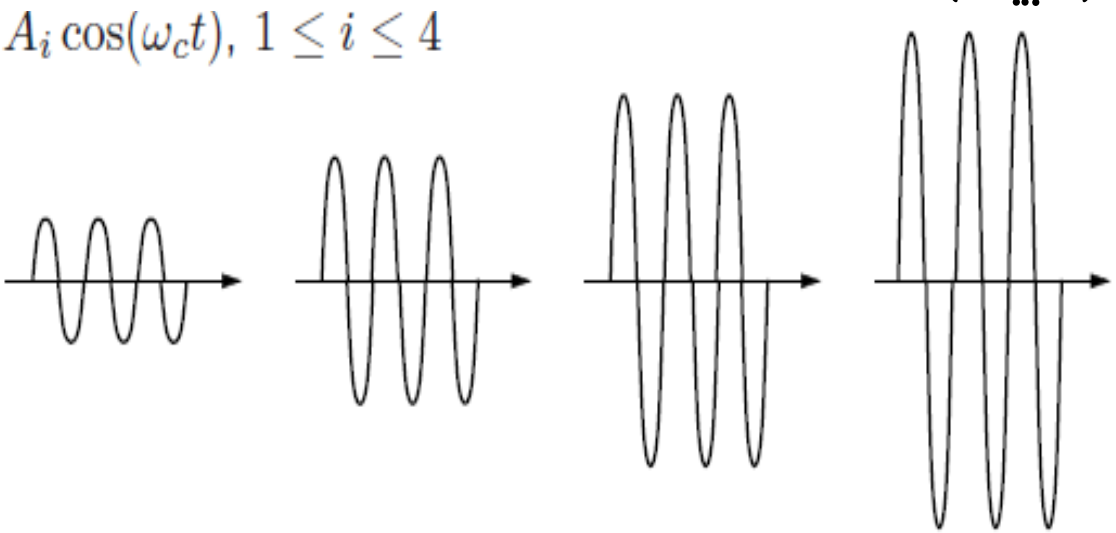


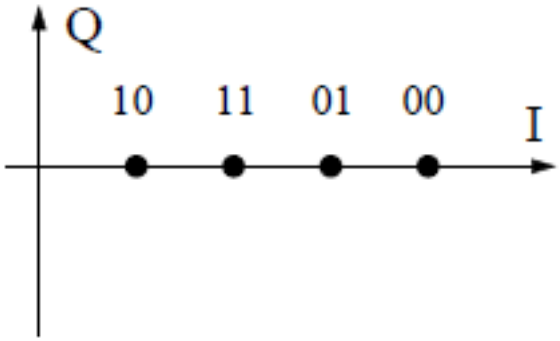
- **اشکال اصلی:** نزدیک شدن مقادیر زاویه هنگامی که تعداد بیت های ارسالی توسط یک سیگنال زیاد می‌شود .

مدولاسیون ASK با چند بیت

- رابطه مدولاسیون ASK با چند بیت
- $s_i(t) = A_i \cos(\omega_c t)$

- به عنوان مثال برای ۴ حالت (۲بیت)

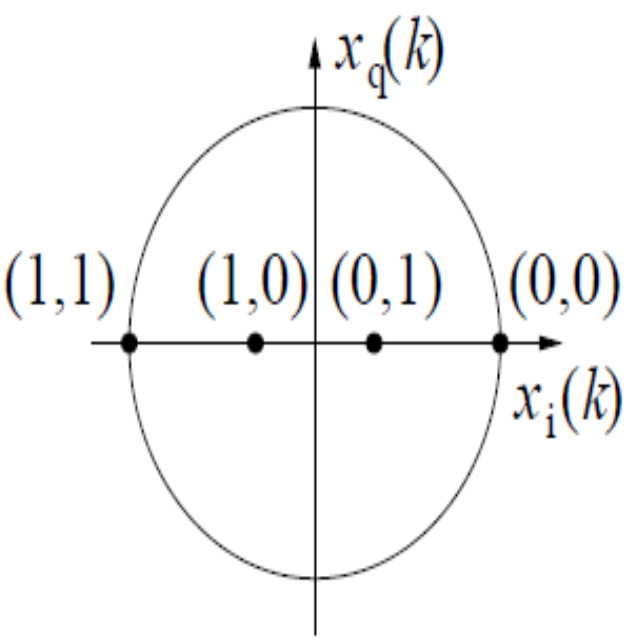


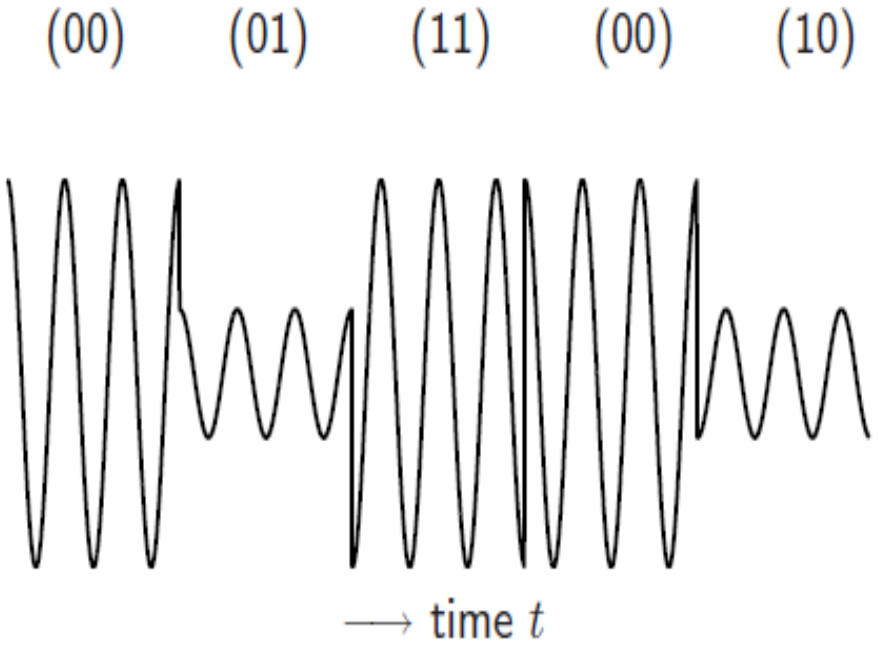


- **اشکال**: ارسال توان زیاد در هنگام افزایش تعداد نقاط

ترکیب ASK و PSK

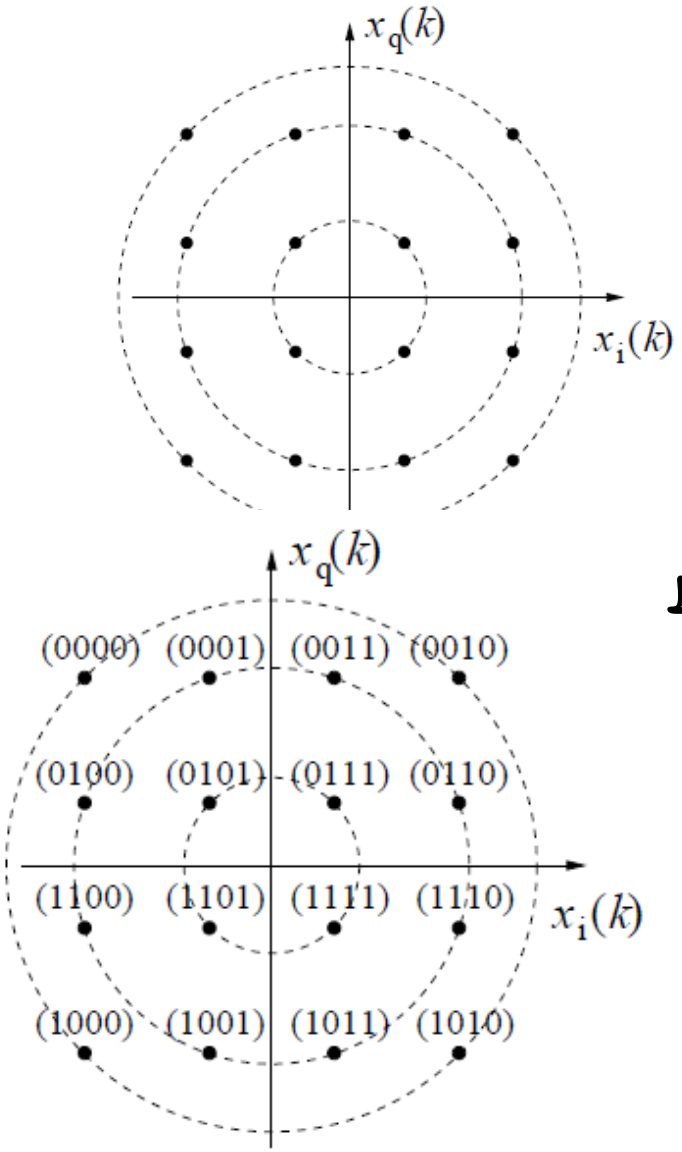
- می توان برای جلوگیری از نزدیکی مقادیر و همچنین عدم ارسال توان زیاد ASK و PSK را با هم ترکیب کرد





- به این نوع مدولاسیون QAM می گویند.

QAM



- مثال QAM ۱۶ تایی (۴ بیتی)

- استفاده از کد گری برای حداقل کردن خطی
- کد گری: کدی که در ان هر دو سمبل متوال فقط
- در یک بیت متفاوت هستند

سپاس